力学系で不変な集合の函数論的性質について

東京工業大学　大学院理工学研究科
志賀　啓成

複素平面上の集合 E と有理関数の族 $\mathcal{F}$ があって，任意の $f \in \mathcal{F}$ に対して $f(E) = E$ であるとき，E を $\mathcal{F}$ の**不変集合**と呼ぶことにする．本講演では，$\mathcal{F}$ が一次分数変換全体 $\mathrm{PSL}(2, \mathbb{C})$ の離散部分群 G，すなわちクライン群である場合や，一つの有理関数 $R(z)$ の反復合成全体 $\{R^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ の場合を考える．また、E としてはクライン群 G の極限集合 Λ_G，不連続領域 Ω_G．有理関数 R に対しては，R のジュリア集合 $J(R)$，ファトウ集合 $F(R)$ を考える．

$\mathcal{F}$ の不変集合 E は任意の $f \in \mathcal{F}$ の作用で不変であるから，E の形状は $\mathcal{F}$ の性質によって規定されるはずである．実際，多くの場合，E はある種の対称性，自己相似性を持った複雑な形状である．ここでは特に，$\mathcal{F}$ の力学系的性質が E の解析的，函数論的性質にどのように反映するのかを考察したい．