

第 8 回 解析セミナー Analysis Seminar No. 8

日時： 10 月 15 日 (金) 15 : 00 ~

場所： 愛媛大学理学部数理科学棟 2 階 大演習室

講師： 宇田川 誠一 氏 (日本大学・医学部)

題目： Tzitzeica 方程式と曲面の微分幾何

要旨： Tzitzeica 方程式とは，周期的戸田方程式の特別な場合で，単一の方程式 $(*) \partial\bar{\partial}\omega = e^{-2\omega} - e^{\omega}$ になるものをいう．ここで， ω は 2 変数 x, y の C^{∞} -関数であり，複素パラメータ $z = x + \sqrt{-1}y$ を導入して， $\partial = \frac{\partial}{\partial z}, \bar{\partial} = \frac{\partial}{\partial \bar{z}}$ である．実際には， $(*)$ の右辺の符号を変えたものもあり， $(*)$ は楕円型 Tzitzeica 方程式，右辺の符号を変えたものを双曲型 Tzitzeica 方程式と呼んでいる．楕円型 Tzitzeica 方程式が現れる曲面論の例としては，6 次元単位球面内 S^6 の概複素曲線で， S^6 には full ではなく 5 次元単位球面 S^5 に full に入っているもの $f : M \rightarrow S^5 \subset S^6$ とか，Hopf fibration により，Lagrangian 極小曲面 $\varphi : M \rightarrow CP^2$ などがある．実際，誘導計量を $ds^2 = 2e^{\omega} dzd\bar{z}$ と表すとき， ω の満たすべき (曲面の) 可積分条件が楕円型 Tzitzeica 方程式で与えられる．これらは，特殊解は Jacobi の楕円関数で与えられ，一般的な場合は，Riemann の θ -関数 (Prym θ -関数) を用いて記述される．講演では，これらの説明と S^6 に full に入っている場合の問題に触れ，さらに，双曲型へのアナロジーが存在するかについてお話させていただく予定である．